Dizi $a_n - 2a_{n-1} - a_{n-2} = 0$ ise karakteristik esitlik $s^2 - 2s - 1 = 0$'dir.
Buradan karakteristik kokler $s_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$ 'dir.
Yani dizinin genel formulu $a_n = c_1(1+\sqrt{2})^n + c_2(1-\sqrt{2})^n$'dir. $n = 0$ ve $n = 1$ icin a_0 ve a_1 degerleri yerlerine konursa, $c_1 = -c_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ bulunur.
Duzenlersek,

$$a_n = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(1+\sqrt{2})^n - (1-\sqrt{2})^n\right) = \binom{n}{1} + \binom{n}{3}2 + \binom{n}{5}2^2 + \binom{n}{7}2^3 + ...$$

Eger $2|a_n$ ise $2|n$ cunku n'den sonra gelen terimler cift.

$$a_n/2 = n/2 + n(n-1)(n-2)/6 + 2(...) = (n/2)(1 + (n-1)(n-2)/3) + 2(...)$$

Ilk parantez icine dikkat edilirse, $(n-1)(n-2)/3$ cift bir sayidir. O zaman parantez ici tektir. Eger $4|a_n$ ise ifadenin saginin cift olmas icin gerekli kosul $n/2$ 'nin cift olmasidir. Yani $4|n$.

Simdi $a_n/4$'u inceleyelim.

$$a_n/4 = n/4 + \binom{n}{3}/2 + \binom{n}{5} + 2(...) = (n/4)(1 + (n-1)(n-2)/3 + (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)/30) + 2(...)$$

Parantez icindeki $(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)/30$ ifadesi yine cifttir. Cunku 4 ardisik carpandan herhangi bir tanesi 4'e bolunur ve 30'da sadece bir tane 2 carpani var. O zaman parantez ici yine tek. Yani eger $8|a_n$ ise $n/4$ cift olmak durumunda, o da $8|n$ anlamina gelmektedir.

Benzer sekilde

$$a_n/2^k = (n/2^k)\left(1 + 2(...) + \binom{n-1}{2k}\frac{2^k}{2k+1}\right) + 2(...)$$

seklindedir. Burada parantez icerisindeki son terim onemlidir ve tamsayi olmak zorunda da degildir. Ama $2^k|n$ 'i zaten bulmustuk. Eger parantez icerisindeki son terim tamsayi degil ise n; 2k+1'in sadelesmesi icin gereken asallari icerisinde barindirmaktadir cunku $\binom{n}{2k+1}$ bir tamsayidir. Ilgili asallari parantez icerisine alirsak (2k+1 tek sayi oldugundan bu asallar da tek olmak zorundadir), icerisini tek bir sayi ile carptigimizdan, teklik ciftlik durumunu degistirmemekteyiz, bu carpanlara da P diyelim. Simdi tek kalan sey, parantez icerisindeki son terimin cift oldugunu gostermektir.

$$A = \binom{n-1}{2(k-1)}2^{k-1} \to PA\frac{2(n-(2k-1))(n-2k)}{(2k-1)(2k)}$$

A'nin cift oldugunu diziyi daha once $k-1$ icin inceledigimizden biliyoruz. Ayrica $2^k|n$ 'de biliniyor. O zaman C(2k): 2k'nin cift carpanlar ise (Yani 2k icerisindeki butun 2'ler), $C(2k)|(n-2k)$ cunku $C(2k) \leq 2^k$. O zaman paydada cift terim kalmamis oluyor ve pay da da A ve 2 carpanlari kalmis oluyor. Yani ifade cift. O zaman yukardaki $a_n/2^k$ esitliginde parantez ici tek tek terim en bastaki 1'dir. Yani parantez ici tek sayi. Parantez disi da cift oldugundan, $2^{k+1}|a_n$ ise $n/2^k$ cift, yani $2^{k+1}|n$ 'dir.