



AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

16.

ULUSAL ANTALYA MATEMATİK
OLİMPİYATLARI
BİRİNCİ AŞAMA
SORULARI

A A A A A A A

SINAV TARİHİ VE SAATİ : 16 NİSAN 2011 - Cumartesi 10.00 - 12.30

Bu sınav 25 sorudan oluşmaktadır ve sınav süresi 150 dakikadır.

SINAVLA İLGİLİ UYULACAK KURALLAR

1. Cevap kağıdınıza soru kitapçığımızın türünü işaretlemeyi unutmayınız.
2. Her soru eşit değerde olup, puanlama yapılırken doğru cevaplarınızın sayısından yanlış cevaplarınızın sayısının dörtte biri düşülecektir.
3. Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar ve müsvedde kağıdı kullanılması yasaktır.
4. Sınav süresince görevlilerle konuşulmayacak ve onlara soru sorulmayacaktır. Yanlış olduğunu düşündüğünüz sorularla ilgili, görevlilere soru sormayınız. Bu çok küçük bir olasılık olsa da, jüri bu tür durumları daha sonra değerlendirecektir.
5. Öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
6. Dışarıya çıkan bir aday tekrar sınava alınmayacaktır.
7. Cep telefonuyla sınava girmek yasaktır. Cep telefonunuzu görevliye teslim ediniz.
8. Soru kitapçıkları sizde kalacaktır.

A A A A A A A

1. $m, n \in \mathbb{Z}$ ve $1 \leq m < n \leq 25$ olmak üzere, elde edilebilecek tüm mn çarpımlarının toplamının 9'a bölümünden kalan kaçtır?

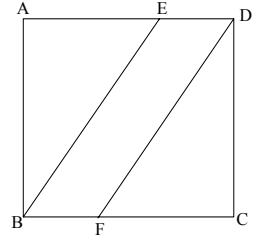
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Şekilde, $ABCD$ bir kare ve BE ile FD birbirine paralel olup, aralarındaki uzaklık 1'dir.

$$A(\triangle AEB) = A(BEDF) = A(\triangle FDC)$$

ise, karenin alanı nedir?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 11



3. Bir toplulukta, en az 3 kişinin yılın aynı ayı, haftanın aynı günü ve günün aynı saatinin içinde doğduğu kesin bilindiğine göre bu topluluk en az kaç kişiden oluşmaktadır?

- A) 4033 B) 2948 C) 3956 D) 4125 E) 2016

4. 100'den küçük kaç tane n pozitif tamsayısı için, $n + 11$ ve $n^2 + 12n - 6$ ifadelerinin 1'den büyük ortak böleni vardır?

- A) 8 B) 9 C) 7 D) 6 E) 5

5. Aşağıdaki harf tablosunda, her satırdan sadece bir harf seçilmesi ve harflerin bulunduğu karelerin mutlaka birbirine dokunması şartıyla aşağıdan yukarıya veya yukarıdan aşağıya kaç tane FERMAT kelimesi oluşturulabilir? (Bir örnek yanda verilmiştir.)

A	K	D	E	N	İ	Z
K	T	F	F	F	F	T
D	E	A	E	E	A	E
E	R	R	M	M	R	R
N	M	M	R	R	M	M
İ	A	E	A	A	E	A
Z	F	T	T	T	T	F

ÖRNEK :

A	K	D	E	N	İ	Z
K	T	F	F	F	F	T
D	E	A	E	E	A	E
E	R	R	M	M	R	R
N	M	M	R	R	M	M
İ	A	E	A	A	E	A
Z	F	T	T	T	T	F

- A) 50 B) 51 C) 54 D) 58 E) Hiçbiri

6. Pozitif tamsayılar 1'den başlayarak artan sırada yazılıyor. 1'i kutu içerisine alıyoruz. Daha sonra, $1^2 = 1$ tane sayıyı atlayarak 3'ü kutu içine alıyoruz. Bir sonraki kutu içine alınacak sayıyı da, $2^2 = 4$ tane sayı atlayarak buluyoruz. Bu şekilde, sırasıyla $3^2, 4^2, \dots$ tane sayı atlanarak, sayıları kutu içine alıyoruz. Aşağıda örnek verilmiştir.

$\boxed{1}$, 2, $\boxed{3}$, $\underbrace{4, 5, 6, 7}_{2^2 \text{ terim atlandı}}$, $\boxed{8}$, $\underbrace{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17}_{3^2 \text{ terim atlandı}}$, $\boxed{18}$, $\underbrace{19, \dots, 34}_{4^2 \text{ terim atlandı}}$, $\boxed{35}$, 36, ...

Buna göre, 21'inci kutunun içindeki sayı kaçtır?

- A) 2891 B) 2786 C) 2938 D) 2985 E) 2878

7. $a \cdot b \cdot c \cdot d = 10^5$ eşitliğini sağlayan a, b, c, d doğal sayı dörtlülerinden kaç tanesi için, $a \cdot b \cdot c$ çarpımı 100'e bölünmez?

- A) 416 B) 448 C) 432 D) 464 E) Hiçbiri

8. $x(x - y^2) = y^2 - 76$ eşitliğini sağlayan negatif olmayan x, y tamsayıları için $2x - y$ 'nin en küçük değeri nedir?

- A) 6 B) 10 C) 12 D) 8 E) 16

9. $A = \sqrt[6]{208 - 120\sqrt{3}}$ sayısının ondalık gösteriminde virgülden sonraki ilk rakam aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 7

10. Doğal sayıların **ikilik** tabanda yazılışında sadece 1 ve 0 rakamları bulunur. Örneğin, $5 = (101)_2$ 'dir. 512, 513, 514, ..., 2047 sayıları **ikilik** tabanda yazıldığında, kaç tanesinin 0'larının sayısı 1'lerinin sayısından fazla olacaktır?

- A) 484 B) 516 C) 642 D) 768 E) Hiçbiri

11. $3^{1080} - 1$ sayısı iki basamaklı \overline{aa} türündeki sayılardan kaçıyla tam bölünür?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

12. x, y, z pozitif reel sayılar olmak üzere, $xyz(x + y + z - 4)$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- A) -1 B) -2 C) 0 D) -4 E) -3

13. Kenarları asal sayı ve alanı tamsayı olan kaç üçgen vardır?

- A) 2 B) 4 C) 0 D) 1 E) Sonsuz Sayıda

14. $4(x^2 + 3x + 1)^2 - 5(x^2 + 3x + 1) - x = 2$ denkleminin irrasyonel köklerinin toplamı kaçtır?

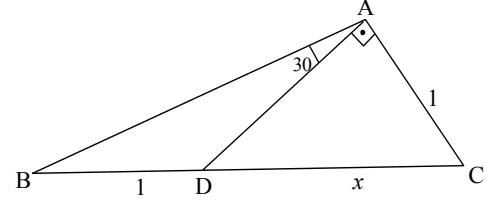
- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{-5}{2}$ C) $\frac{-4}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{-5}{3}$

15. $(x^3 + 2x^2 - x)^{10} + (x^3 + 2x^2 - x)^9 + \dots + (x^3 + 2x^2 - x)^1 = 2011$ denkleminin tüm (reel ve kompleks) köklerinin kareleri toplamı kaçtır?

- A) 100 B) 60 C) 50 D) 40 E) 30

16. Yandaki üçgende $|BD|=|AC|=1$, $m(\widehat{BAD}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{DAC}) = 90^\circ$ olduğuna göre, $|DC|$ uzunluğunu hesaplayınız.

- A) $\sqrt[3]{2}$ B) $\sqrt[3]{3}$ C) $\sqrt[3]{4}$ D) $\sqrt[3]{5}$ E) $\sqrt[3]{6}$



17. $x, y \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

$$F(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + 2x - 10y + 26} + \sqrt{x^2 + y^2 - 6x + 6y + 18}$$

fonksiyonu en küçük değerini kaç noktada alır?

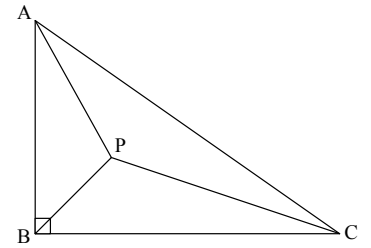
- A) 2 B) 4 C) 1 D) 5 E) 8

18. P , ABC üçgeninin içinde bir noktadır. $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$, $|AB| = 2$ ve $|BC| = 3$ olduğuna göre,

$$\sqrt{2}|AP| + |BP| + |CP|$$

toplamının minimum değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{31}$ B) $\sqrt{17}$ C) $\sqrt{23}$ D) $\sqrt{26}$ E) $\sqrt{29}$



19. Bu sorunun cevabını bulmak için, seçenekleri küçükten büyüğe doğru sıralayınız. Yeri değişmeyen seçenek doğru seçenektir.

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt[3]{3}$ D) $\log_3 5$ E) $\log_2 3$

20. Her n pozitif tamsayısı için, $n^{33p} - n$ ifadesi $33p$ 'ye bölünecek şekilde kaç p asal sayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 0 E) Sonsuz Sayıda

21. Alper ile Burcu, hiç beraberliğin olmadığı bir tür oyun oynuyorlar. **Birinci** oyunda kaybeden diğerine 1 ceviz veriyor. **İkinci** oyunda kaybeden diğerine 2 ceviz, **üçüncü** oyunda kaybeden diğerine 4 ceviz veriyor ve oyunlar bu şekilde sürdürülerek, her oyunda kaybeden oyuncu, diğerine bir önceki oyunda verilenin iki katı ceviz veriyor. Alper, başta, 591 cevizle sahipken, cevizlerinin tamamını (ne eksik, ne fazla) en az sayıda oyun oynayarak kaybediyor ve oyun bitiyor. Alper hangi oyunları kazanmıştır?

- A) 2,3,7,8 B) 2,6,7,8 C) 3,4,6,9 D) 4,5,7,8 E) Hiçbiri

22. $P(x)$ bir polinom olmak üzere, $P(x) = x(1-x)Q(x)$ eşitliği sağlansın. Her $x \neq 0$ ve $x \neq 1$ reel sayısı için

$$Q(x) = Q\left(\frac{1}{1-x}\right)$$

eşitliğinin sağlandığı biliniyorsa, $P(x)$ polinomunun derecesi kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 5 E) 4

23. $a_0 = 2$, $a_1 = 3$ ve her $k \geq 1$ için, $a_{k+1} = a_k + a_{k-1}$ şeklinde tanımlanmış $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ dizisi veriliyor.

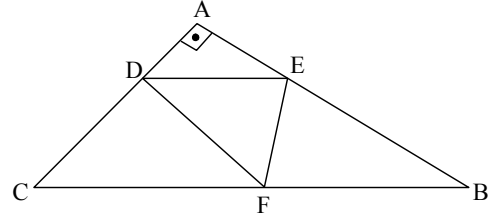
$$S = \frac{1}{2^1 a_0} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) + \frac{1}{2^2 a_1} \left(\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \right) + \dots + \frac{1}{2^k a_{k-1}} \left(\frac{1}{a_k} + \frac{1}{a_{k+1}} \right) + \dots$$

sonsuz toplamın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{2}{11}$

24. Yandaki dik üçgende, $|AC| = 1$, $|AB| = \sqrt{3}$ ve $|CB| = 2$ 'dir. DE , CB 'ye paralel ve DEF üçgeninin alanı $\sqrt{3}/8$ olduğuna göre, DEF üçgeninin çevresinin uzunluğu en az kaç olabilir?

- A) $1 + 2\sqrt{3}$ B) $1 + \sqrt{5}/2$ C) $1 + \sqrt{2}$
D) $1 + \sqrt{6}/2$ E) $1 + \sqrt{7}/2$



25. $a = \frac{10^{990}}{10^{99} - 7}$ sayısının tam kısmının son rakamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 1 D) 5 E) 8



Antalya Döşemealtı Belediyesine, Antalya Konyaaltı Belediyesine ve Antalya Kolejine Teşekkür Ederiz.
Akdeniz Üniversitesi - Fen Fakültesi Matematik Bölümü 07058 Antalya

**YANITLAR : 1-A, 2-B, 3-A, 4-D, 5-C, 6-A, 7-C, 8-D, 9-E, 10-B, 11-D, 12-A, 13-C
14-B, 15-B, 16-A, 17-D, 18-E, 19-E, 20- A, 21-D, 22-B, 23-C, 24-E, 25-B**

Not : 22'inci soruda "P(x) ve Q(x) polinomlarının sabit olmayacağı" 'nın soruda belirtilmesi unutulduğu için 2 ve 3 yanıtları doğru olarak kabul edilecektir.